УДК 621.317.3 DOI: https://doi.org/10.30837/IYF.ASCTREDB.2024.061

ВИВЕДЕННЯ АЛГОРИТМА НІКОЛСОНА-РОСА-ВЕЙРА

Гапон Н.Я.
Науковий керівник – к.т.н., доц. Зайченко О.Б.
Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. МЕЕПП
м. Харків, Україна
email: nataliia.zaichenko@nure.ua

This work is devoted to analysis of Nicolson Ross Weir algorithm and derivation of expression for reflection coefficient through elements of scattering matrix. This derivation was important, because during the creation of an analytical model of a defect from signal flow graphs, we will try to use a similar derivation for the synthesis of formulas, otherwise we will take into account the uncertainty and make corrections to the calculations.

Розглянемо формули для S_{11} виведені через правило Мезона без скорочень. Згідно орієнтованого графа [1]

$$S_{11} = \frac{(1+\Gamma)z(-z\Gamma)(1-\Gamma)}{\left(1-\Gamma^2 z^2\right)} + \Gamma, \qquad (1.1)$$

Приведемо до загального знаменника і розкриємо дужки

$$S_{11} = \frac{\left(1-\Gamma^2\right)\left(-z^2\Gamma\right) + \Gamma - \Gamma^3 z^2}{\left(1-\Gamma^2 z^2\right)}, \qquad (1.2)$$

$$S_{11} = \frac{-z^2\Gamma + \Gamma^3 z^2 + \Gamma - \Gamma^3 z^2}{\left(1-\Gamma^2 z^2\right)}. \qquad (1.3)$$

Оскільки додаток $\Gamma^3 z^2$ входить з різними знаками скоротимо його

$$S_{11} = \frac{-z^2\Gamma + \Gamma}{\left(1-\Gamma^2 z^2\right)}. \qquad (1.4)$$

Виносимо спільний множник за дужки

$$S_{11} = \frac{\left(1-z^2\right)\Gamma}{\left(1-\Gamma^2 z^2\right)}. \qquad (1.5)$$

Таким чином, отримано вираз S_{11}, що було потрібно довести.

Вираз для S_{11} містить вираз для S_{21}. Звідси можна записати

$$S_{11} = S_{21}(-z\Gamma) + \Gamma, \qquad (1.6)$$

тоді

$$z = \frac{\Gamma - S_{11}}{S_{21}\Gamma}. \qquad (1.7)$$

Підставимо отриманий вираз в формулу для S_{21}

$$S_{21}=\frac{\left(1-\Gamma^{2}\right)z}{1-\Gamma^{2}z^{2}}$$

Звідки отримуємо

$$S_{21}\left(1-\Gamma^{2}z^{2}\right)=\left(1-\Gamma^{2}\right)z\,, \qquad (1.8)$$

$$S_{21}\left(1-\Gamma^{2}\left(\frac{\Gamma-S_{11}}{S_{21}\Gamma}\right)^{2}\right)=\left(1-\Gamma^{2}\right)\frac{\Gamma-S_{11}}{S_{21}\Gamma}\,. \qquad (1.9)$$

Звідси витікає

$$S_{21}\left(1-\frac{\cancel{\Gamma}^{2}(\Gamma-S_{11})^{2}}{S_{21}{}^{2}\cancel{\Gamma}^{2}}\right)=\frac{\left(1-\Gamma^{2}\right)(\Gamma-S_{11})}{S_{21}\Gamma}\,. \qquad (1.10)$$

Приведемо до загального знаменника ліву частину та скоротимо на S_{21}

$$\cancel{S}_{21}\left(\frac{S_{21}{}^{2}-(\Gamma-S_{11})^{2}}{\cancel{S}_{21}{}^{\cancel{2}}}\right)=\frac{\left(1-\Gamma^{2}\right)(\Gamma-S_{11})}{\cancel{S}_{21}\Gamma}\,. \qquad (1.11)$$

Тоді отримаємо

$$S_{21}{}^{2}-(\Gamma-S_{11})^{2}=\frac{\left(1-\Gamma^{2}\right)(\Gamma-S_{11})}{\Gamma}\,. \qquad (1.12)$$

Маємо таке

$$\left\{S_{21}{}^{2}-\left(\Gamma^{2}-2\Gamma S_{11}+S_{11}{}^{2}\right)\right\}\Gamma=\frac{\left\{\Gamma-\Gamma^{3}-S_{11}+\Gamma^{2}S_{11}\right\}\Gamma}{\Gamma}\,. \qquad (1.13)$$

Звідси

$$S_{21}{}^{2}\Gamma-\cancel{\Gamma}^{3}+2\Gamma^{2}S_{11}-\Gamma S_{11}{}^{2}=\Gamma-\cancel{\Gamma}^{3}-S_{11}+\Gamma^{2}S_{11}\,. \qquad (1.14)$$

Тоді

$$\Gamma^{2}\cancel{S}_{11}+\frac{\left(S_{21}{}^{2}-S_{11}{}^{2}+1\right)}{S_{11}}-\cancel{S}_{11}=0\,. \qquad (1.15)$$

Отримаємо

$$\Gamma^{2}+\frac{\left(S_{21}{}^{2}-S_{11}{}^{2}+1\right)}{S_{11}}\Gamma-1=0\,. \qquad (1.16)$$

Рішення цього квадратного рівняння через детермінант наведено в [1].

Це виведення важливе, тому що під час створення аналітичної моделі дефекту з орієнтованих графів будемо намагатися використати аналогічне виведення для синтезу формул, а інакше врахуємо невизначеністю і будемо вносити поправку до розрахунків.

Список використаних джерел:

1. Nicolson A. M. Measurement of the intrinsic properties of materials by time-domain techniques / A. M. Nicolson, G. F. Ross. // IEEE Transactions on instrumentation and measurement. 1970. № 19. С. 377–382.