УДК 517.958 : 519.633.6 DOI: https://doi.org/10.30837/IYF.CVSAMM.2024.294

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ ЛАЗЕРНОЇ ТЕРМООБРОБКИ СИСТЕМОЮ ТОЧКОВИХ РУХОМИХ ДЖЕРЕЛ ТЕПЛА

Фуніков А.С.
Науковий керівник – д-р фіз.-мат. наук, проф. Сидоров М.В.
Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. ПМ,
м. Харків, Україна
e-mail: anton.funikov@nure.ua

The study considers the problem of calculating the temperature field in a flat plate during thermal laser treatment using a system of moving point heat source. The *R*-function’s method in combination with the Galerkin method for non-stationary problems is proposed to solve the problem. A computational experiment was conducted for a rectangular region using test parameter values.

Розвиток таких сучасних технологій обробки матеріалів, як лазерна різка та зварювання, робить актуальним розробку нових та вдосконалення існуючих методів розрахунку температурного поля при лазерній термообробці. Результати таких досліджень можуть знайти своє застосування, зокрема, у подальшому вдосконаленні технологій лазерної термообробки.

У роботі розглядається задача розрахунку поля температури в плоскій пластинці, яка займає область Ω, при її лазерні обробці системою з m точкових джерел, що рухаються областю Ω за законами $x_i^*(t)$, $y_i^*(t)$, $i=1, ..., m$. На межі $\partial\Omega$ пластинки Ω відбувається теплообмін з навколишнім середовищем (нульової температури) за законом Ньютона, а у початковий момент часу температура у пластинці Ω дорівнює нулю. Математичною моделлю такого процесу є наступна мішана задача для рівняння теплопровідності:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \Delta T - pT + \sum_{i=1}^{m} Q_i \delta(x - x_i^*(t))\delta(y - y_i^*(t)),\ (x,y)\in\Omega,\ t>0, \tag{1}$$

$$T\big|_{t=0} = 0,\ (x,y)\in\bar{\Omega}, \tag{2}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial \vec{n}} + \alpha T\right|_{\partial\Omega} = 0,\ t\ge 0, \tag{3}$$

де p – параметр, який моделює інтенсивність поверхневого охолодження пластини; $x_i^*(t)$, $y_i^*(t)$ – функції, які задають траєкторію руху i-го точкового джерела потужності Q_i, $i=1, ..., m$, $\delta(\cdot)$ – дельта-функція Дірака, α – коефіцієнт, що характеризує зовнішню теплопровідність.

Відповідно до методу *R*-функцій [1] структура розв’язку мішаної задачі (1) – (3) має вигляд:

$$T = \Phi - \omega D_1\Phi + \alpha\omega\Phi, \tag{4}$$

де $\omega(x,y)=0$ – нормалізоване рівняння межі $\partial\Omega$, Φ – невизначена компонента структури, $D_1\Phi=\frac{\partial\omega}{\partial x}\frac{\partial\Phi}{\partial x}+\frac{\partial\omega}{\partial y}\frac{\partial\Phi}{\partial y}$.

Структура (5) за будь-якого вибору (з певного функціонального простору) невизначеної компоненти Φ точно задовольняє крайову умову (2). Для апроксимації невизначеної компоненти Φ скористаємося методом Гальоркіна для нестаціонарних задач. Якщо:

$$\Phi(x,y,t)\approx\Phi_N(x,y,t)=\sum_{k=1}^{N}c_k(t)\tau_k(x,y),$$

де $\{\tau_k(x,y)\}$ – будь-яка повна у просторі $L_2(\Omega)$ послідовність функцій, то

$$T(x,y,t)\approx T_N(x,y,t)=\sum_{k=1}^{N}c_k(t)\varphi_k(x,y),$$

де $\{\varphi_k(x,y)\}$ – координатна послідовність, $\varphi_k=\tau_k-\omega D_1\tau_k+\alpha\omega\tau_k$.

Відповідно до методу Гальоркіна для нестаціонарних задач для визначення функцій $c_k(t)$, $k=1,2,...,N$, отримуємо задачу Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь.

Обчислювальний експеримент було проведено для прямокутної області:

$$\Omega=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:-a<x<a,\ -b<y<b\}$$

для значень $a=2$, $b=1$ і двох точкових джерел потужностей для $Q_1=1$, $Q_2=0,5$, що рухаються відповідно траєкторіями $x_1^*(t)=0,5\cos 2Vt$, $y_1^*(t)=0,5\sin 2Vt$, $x_2^*(t)=0,75\cos\frac{4}{3}Vt$, $y_2^*(t)=0,75\sin\frac{4}{3}Vt$, $V=20$ – стала лінійна швидкість руху точкового джерела по круговій траєкторії з центром в початку координат. При цьому:

$$\omega(x,y)=\omega_1(x,y)\wedge_0\omega_2(x,y),$$

$$\omega_1(x,y)=\frac{1}{2a}(a^2-x^2),\quad \omega_2(x,y)=\frac{1}{2b}(b^2-y^2),$$

$$x_1\wedge_0 x_2\equiv x_1+x_2-\sqrt{x_1^2+x_2^2},$$

де $\wedge_0$ – знак *R*-кон'юнкції з системи $\mathcal{R}_0$.

Результати обчислювального експерименту добре узгоджуються з результатами, отриманими методом скінченних елементів.

Список використаних джерел:

1. Рвачев В.Л. Теория *R*-функций и некоторые её приложения. Киев : Наукова думка, 1982. 552 с.