УДК 004:621.391 **DOI** https://doi.org/10.30837/IYF.PDICIMT.2024.159

ГЕНЕРАЦІЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ІМІТАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ АВТОРЕГРЕСІЇ

Старокожко Д. А.
Науковий керівник – проф. Тихонов Вячеслав Анатолійович
Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. ІМІ,
м. Харків, Україна
e-mail: denys.starokozhko@nure.ua.

The problem of obtaining non-stationary, correlated time series is considered. The use of an additive mixture of sinusoids with white noise to obtain them has limited practical value. The proposed method includes a stationary autoregressive model and a special case of a non-stationary autoregressive model - an integrated moving average. Formulas are given that make it possible to methodologically use the proposed model.

Послідовності подій, до яких відносяться часові ряди, викликають особливий інтерес [1]. Він викликаний їх накопиченням, різноманітністю, еволюцією та зміною у часі. Розглянемо часові ряди, тобто, послідовності спостережень, що є автокорельованими випадковими процесами. Саме вони несуть інформацію про фізичний чи інформаційний процес. Наприклад, випадкові часові ряди широко використовуються в цифровій обробці мовних сигналів, розпізнаванні голосу та економетриці, а також у багатьох інших додатках. До випадкових часових рядів відносяться також номенклатура та ціни товарів, економічні дані, екологічні дані, режими протікання того чи іншого виробничого процесу та інше.

Відліки часового ряду логічно та статистично пов'язані. Цілі дослідження часових рядів можуть бути різними. Для стаціонарних і нестаціонарних процесів можна, наприклад, проводити вимірювання характеристик часового ряду, вирішувати завдання виявлення фізичного явища, робити прогноз, на підставі історичних даних минулого, керувати процесом, знаходити спектр процесу, намагатися з'ясувати механізм, що лежить в основі процесу, прибрати складові нестаціонарного процесу.

У моделі, якою користується контролер, мають бути визначені математичні операції, які він має виконувати. У зв'язку з цим зростає роль використовуваних алгоритмів генерації випадкових процесів [2]. На них, насамперед, випробуються методи і алгоритми обробки сигналів та процесів.

Випадкові часові ряди можна розділити на стаціонарні та нестаціонарні. Якщо зі стаціонарними процесами особливих проблем немає, і вони досить добре вивчені, то нестаціонарні випадкові процеси дуже складно вивчати і обробляти. Яскравим прикладом може бути дуже складне завдання - передбачення котирувань на біржі. Ці котирування нестаціонарні і, крім цього, мають тренд і високий рівень шуму.

Аналіз наукової літератури показує, що у нестаціонарних процесів немає єдиної теорії. Найбільшу популярність для певного виду нестаціонарності, має модель авторегресії – проінтегрованого ковзного середнього (АРПКС). Для моделі нестаціонарного процесу АРПКС можна навести її декомпозицію на складові. Нестаціонарна модель розглядається як подання нестаціонарного процесу у вигляді адитивної суми

$$\omega_1[t] = m[t] + c[t] + \omega[t],$$

де $\omega_1[t]$ – нестаціонарний процес, $m[t],\ c[t],\ \omega[t]$ – тренд, сезонна складова, корельована випадкова стаціонарна складова. Сезонна складова характерна для циклічних процесів. Без втрати спільності, далі сезонну складову не враховуватимемо. Стаціонарна модель авторегресії (АР), описується рівнянням

$$x[t] = \sum_{j=1}^{p} \Phi[j]x[t-j] + a[t], \tag{1}$$

де $\Phi[j]$ – коефіцієнти АР, $a[t]$ – некорельовані випадкові відліки, p – порядок моделі АР. В операторній формі модель АР(p), описувана рівнянням (1), може бути представлена у вигляді

$$\Phi(z)x[t] = a[t], \tag{2}$$

де в (2) оператор АР $\Phi(z)$ представляється як

$$\Phi(z) = 1 - \Phi[1]z^{-1} - \ldots - \Phi[p]z^{-p}.$$

Дії оператора зсуву z^{-i} на поточний відлік $x[t]$ описується наступним виразом

$$z^{-i}x[t] = x[t-i].$$

Показано [3], що при використанні моделі АРПКС, процедура видалення тренда, здійснюється відніманням із наступного значення відліку попереднього значення. Для нестаціонарного процесу з трендом, у цьому випадку, дією оператора $\nabla^d = (1-z)^d$, тренд видаляється. Тобто тренд видаляється дискретною операцією диференціювання.

Тоді процес без тренда можна показати у вигляді дії на процес із трендом $\omega_1[t]$, оператора взяття різниці. Зазвичай, обмежуються найпростішими випадками лінійного та квадратичного тренду. Для цих випадків $d = 1,\ d = 2$ відповідно. Тоді процес АР без тренда, можна записати можна записати у вигляді

$$x[t] = \nabla\omega_1[t] = \omega_1[t] - \omega_1[t-1],$$

або при квадратному тренді

$$x[t] = \nabla^2\omega_1[t] = \nabla(\omega_1[t] - \omega_1[t-1]) = (\omega_1[t] - 2\omega_1[t-1] + \omega_1[t-2]).$$

Розглянемо завдання генерації імітаційного нестаціонарного процесу зі згаданими трендами. Характеристичне рівняння АР можна записати наступним чином

$$c^{p} - \Phi[1]c^{p-1} - ...\Phi[p] = \prod_{i=1}^{p}(c - c[i]) = 0 .$$

Із [4] слідує, що коефіцієнти АР пов'язані з коренем характеристичного рівняння. Наведемо деякі формули для $p = 2, 4$:

$$\Phi[1] = c[1] + c[2];$$

$$\Phi[2] = -c[1]c[2];$$

$$\Phi[1] = c[1] + c[2] + c[3] + c[4];$$

$$\Phi[2] = -(c[3]c[4] + c[2]c[3] + c[1]c[3] + \\ + c[4]c[1] + c[2]c[3] + c[2]c[4]);$$

$$\Phi[3] = c[1]c[3]c[4] + c[2]c[3]c[4] + \\ + c[1]c[2]c[3] + c[1]c[2]c[4];$$

$$\Phi[4] = -c[1]c[2]c[3]c[4].$$

Корінь характеристичного рівняння задається центральною частотою і її шириною полоси процесу [4].

В операторній формі, формуючий імітаційний АР процес, є рекурсивний фільтр. Білий шум використовується як утворюючий процес. Формуючий фільтр стаціонарного процесу описується рівнянням

$$x[t] = H(z)a[t] = \frac{a[t]}{\Phi(z)} .$$

Для моделі нестаціонарного процесу проінтегрованої авторегресії другого порядку з лінійним трендом

$$(1 - \Phi[1]z^{-1} - \Phi[2]z^{-2})(1 - z^{-1})\omega_1[t] = a[t].$$

Тоді стаціонарний процес АР(2) описується виразом

$$(1 - \Phi[1]z^{-1} - \Phi[2]z^{-2})x[t] = a[t].$$

Воно є окремим випадком (1). Для моделі нестаціонарного процесу проінтегрованої авторегресії четвертого порядку з квадратним трендом маємо

$$(1 - \Phi[1]z^{-1} - \Phi[2]z^{-2} - \Phi[3]z^{-3} - \Phi[4]z^{-4})(1 - z^{-1})^{2}\omega_1[t] = a[t].$$

Стаціонарний процес АР(4) описується виразом

$$(1 - \Phi[1]z^{-1} - \Phi[2]z^{-2} - \Phi[3]z^{-3} - \Phi[4]z^{-4})x[t] = a[t].$$

Список використаних джерел:

1. Марпл. –мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 584 с.

2. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. – М.: Сов. Радио, 1971. – 326 с.

3. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов: Пер. с. англ. – М.: Мир, 1974. – Вып.1. – 406с.

4. Тихонов В.А., Русановский Д.Е., Тихонов Д.В. Генерирование узкополосных имитационных случайных процессов // Радиоэлектроника и информатика. – 1999. – № 4. – С. 83-85.