DOI: https://doi.org/10.30837/IST-2024.P1.047

Аналіз стійкості розв’язків задач оптимального розміщення розподільчих центрів з територіальним зонуванням

Данило Лубенець[1*†] та Лариса Коряшкіна[1†]

[1] *Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», пр. Д. Яворницького, 19, м. Дніпро, 49005, Україна*

Анотація

Розглядається проблема оптимального розміщення розподільчих центрів транспортно-логістичних систем з визначенням зон їх обслуговування. Представлені математичні моделі логістичних задач, зокрема, багатоетапних та частково двоетапних. Наведено результати експериментальних досліджень щодо стійкості розв’язків сформульованих оптимізаційних задач і методів їх розв’язання.

Ключові слова

Оптимальне розміщення-розподіл, логістика, сервісні зони, стійкість розв’язку задачі оптимізації

1. Вступ

Сучасні логістичні системи характеризуються складними зв'язками як між своїми підрозділами, так і з зовнішнім середовищем. Математичні моделі та методи оптимального розміщення об’єктів і розбиття регіону на зони їх обслуговування, які представлені у роботах [1, 2], допомагають аналітикам не тільки раціонально розміщувати елементи логістичних систем, але й оцінювати їх потенціальну спроможність (здатність у повному обсязі надати послугу своїм споживачам або забезпечити їх ресурсом). Розроблено методи розбиття заданого регіону на області, які охоплюють клієнтів, що мають одні й ті самі k найближчі сусідні сервісні центри з N існуючих (або можливих) з оглядом на те, що клієнти кожної області можуть обслуговуватися будь-яким з найближчих k центрів. Окремим випадком є розбиття регіону на монополії, коли споживачі обслуговуються лише одним центром. У роботі [3] описано двоетапні та частково двоетапні процеси розподілу матеріальних потоків, побудовано їх математичні моделі у вигляді неперервних задач оптимального розбиття множин із додатковими зв’язками. Моделі і методи розміщення додаткових підрозділів логістичних систем з перерозподілом сервісних зон наведено в роботі [4].

В усіх зазначених моделях і методах використовуються теоретичні метрики для оцінювання відстані між двома об’єктами регіону, тому часто на практиці у силу різних причин (технічних, географічних) оптимальний розв’язок задачі реалізувати неможливо. Потрібно відхилитися від знайдених координат центрів. Тоді постає питання: як такі зміни вплинуть на потужності центрів, сфери їх обслуговування, значення функціоналу якості розміщення і розбиття. Саме цьому питанню і присвячені дослідження, представлені в даній роботі.

Information Systems and Technologies (IST-2024), November 26-28, 2024, Kharkiv, Ukraine
* Corresponding author.
† These authors contributed equally.
lubenets.d.y@nmu.one (D. Lubenets); koriashkina.l.s@nmu.one (L. S. Koriashkina)
0009-0000-8563-3760 (D. Lubenets); 0000-0001-6423-092X (L. S. Koriashkina)

2. Постановка задачі оптимального розміщення-розподілу

У прикладному аспекті розглянемо процес евакуації населення з певної території до пунктів первинного збору (ППЗ). Потрібно визначити місця розташування первинних пунктів і розбити територію регіону на зони їх обслуговування задля найшвидшого переміщення населення до цих пунктів. Розглянемо різні випадки задач: коли так звана ємність ППЗ (кількість людського ресурсу, яку він може прийняти) може бути обмеженою, коли населення розподілене в регіоні рівномірно і нерівномірно. Математична модель такого процесу є неперервною задачею оптимального розбиття з розміщенням центрів з обмеженнями.

3. Ідея методу розв'язання задачі оптимального розміщення центрів із розбиттям території на зони обслуговування

Розв'язання неперервних задач оптимального-розміщення-розподілу здійснюється на основі єдиного підходу. В його основі лежить наступна схема. До вихідних задач нескінченновимірної оптимізації з булевими змінними застосовується ЛП-релаксація, далі формулюється критерій оптимальності розв'язку отриманої задачі, заснований на використанні функціоналу Лагранжа. В результаті – характеристичні функції підмножин, які складають розбиття заданого регіону, вдається знайти в аналітичному вигляді. Формула для їх обчислення містить параметри, які є розв'язками допоміжних скінченновимірних негладких задач максимізації або негладких задач максиміну. Для чисельного розв'язання останніх застосовуються різні модифікації r-алгоритму Шора.

4. Експериментальні дослідження стійкості розв'язків

4.1. План експериментів

Експеримент спрямований на перевірку, стабільності алгоритму розв'язання задачі оптимального розміщення-розподілу, оцінки впливу незначних зміщень центрів на їхні зони обслуговування, дотримання обмежень на їхні спроможності, а також на загальні транспортні витрати на доставку ресурсу з кожної точки регіону до відповідного центру.

На початковому етапі визначено поле розміром 10×10 (з кроком дискретизації 0.04), на якому оптимально, з урахуванням мінімізації витрат на доставку ресурсу, розташовані 9 сервісних центрів (рис. 1). Три з них (1й, 4й, 7й) залишаються фіксованими, інші шість зміщуються у випадковому напрямку в межах заданого інтервалу від -ε до +ε, де ε — невелике значення. Зміщення відбуваються поступово, рівномірно на кожній ітерації експерименту, моделюючи можливі реальні умови зміни позицій центрів збору.

Досліджено три окремі випадки розподілу ресурсів (попиту на послугу) і наявності обмежень на спроможність центрів.

1. Рівномірний розподіл щільності ресурсу (рис. 2, а) без обмежень на ємності для центрів збору. У цьому випадку ресурс розподіляється рівномірно по всьому полю, що означає однакову щільність ресурсу на кожній ділянці. Це дозволяє оцінити, як алгоритм працює в умовах рівномірного навантаження на всі центри збору без будь-яких обмежень по їх ємності. Такий розподіл служить базовою точкою відліку, допомагаючи зрозуміти основні характеристики оптимізації при відсутності варіацій у щільності ресурсу.

2. Нерівномірний розподіл ресурсу (рис. 2, б) з точками підвищеної щільності без обмежень на ємності для центрів збору. У цьому випадку на полі присутні три точки скупчення ресурсу. Решта території характеризується меншою щільністю ресурсу. Це дозволяє перевірити алгоритм у випадку нерівномірного навантаження на центри збору, але без обмежень по їхній ємності. Такий розподіл ресурсів більше наближений до реальних умов, де ресурси можуть бути концентровані в певних зонах.

3. Нерівномірний розподіл ресурсу з трьома точками підвищеної щільності та обмеженнями по ємності для деяких центрів збору (початкові координати не змінені). Алгоритм повинен враховувати обмеження по ємності, які не дозволяють окремим центрам збирати більше заданого обсягу ресурсу. Такий вид експерименту дозволяє оцінити, наскільки стабільно алгоритм працює в умовах, коли потрібне дотримання обмежень, і яким чином він вирішує задачу оптимального розподілу ресурсів за наявності фізичних обмежень у системі.

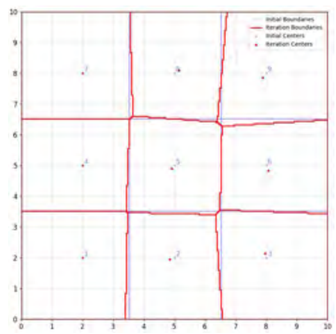

Рисунок 1 – Оптимальне і збурене розміщення центрів

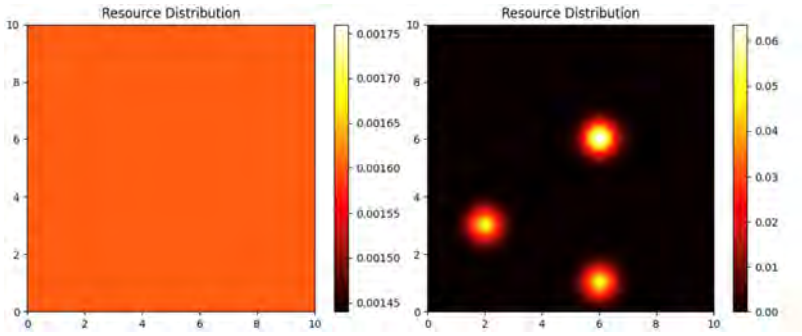

Рисунок 2 – Щільність розподілу ресурсу: а – рівномірна; б – нерівномірна

Програма для експерименту написана мовою Python, а результати зберігаються для подальшого аналізу та візуалізації. Візуалізація результатів дозволяє побачити, як зміщення центрів збору впливає на загальні витрати та ефективність розподілу ресурсу.

4.2. Результати досліджень

Експериментальні дослідження показали стабільність та ефективність розроблених алгоритмів розв'язання задач оптимального розміщення центрів із зонуванням області в різних умовах розподілу щільності ресурсу та при наявності обмежень по ємності центрів збору. У першому випадку з рівномірним розподілом ресурсу алгоритм забезпечує стійкий розподіл, що підтверджує його здатність оптимізувати доставку без відхилень навіть при зміщенні центрів. У другому випадку алгоритм адаптується до змін у щільності, оптимально перерозподіляючи ресурс серед центрів залежно від їхнього розташування щодо зон високої щільності. У третьому випадку результати експериментів свідчать про здатність алгоритмів ефективно управляти розподілом навіть за умов, коли деякі центри швидко досягають своєї максимальної ємності. Це забезпечило збалансоване перерозподілу ресурсу, що сприяє оптимальному використанню обмежених можливостей центрів. На рис. 3 представлено результати трьох експериментів з визначення зон відповідальності 9-ти центрів за їх початковими і зміщеними координатами. Обмеження на ємність центрів задані вектором (100, 5, 5, 100, 5, 3, 100, 5, 5). У таблиці 1 наведено інформацію про зміну (у відсотках) значення цільового функціоналу задачі зі збільшенням сумарної відстані між початковими та зміщеними центрами. Аналіз результатів наведених експериментів дозволяє зробити висновок про те, що по-перше, незначним зміщенням координат центрів відповідають незначні зміни критерія якості розбиття. По-друге, обмеження на кількість ресурсів значно впливають на процес розподілу. У цьому сценарії центри, які знаходяться поблизу зон з високою щільністю ресурсу, могли б зібрати більше, але обмеження ємності перешкоджають цьому, що змушує алгоритм перерозподіляти надлишок ресурсу між іншими центрами.

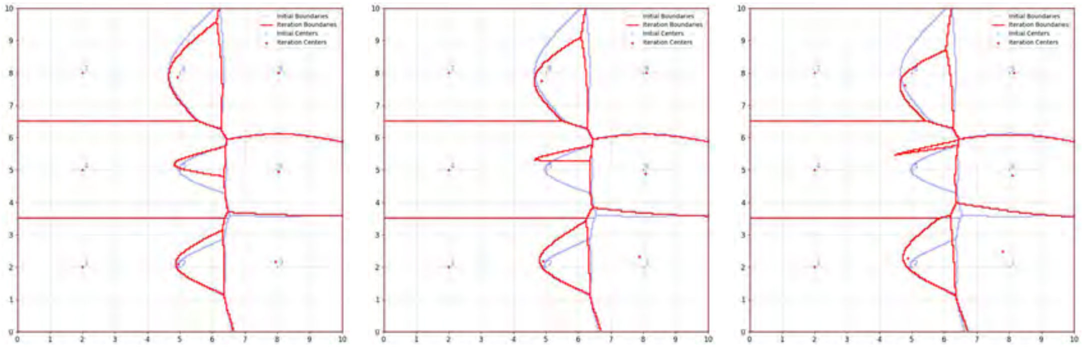

Рисунок 3 - Розподіл ресурсу між початковими та зміщеними центрами збору у випадку нерівномірної щільності ресурсу та наявності обмежень на ємності центрів

Таблиця 3
Зріст функціоналу зі збільшенням збурення координат центрів

№ експерименту	Сума відстаней між зміненими і початковими центрами	Значення цільового функціоналу; ум. од.	Зріст функціоналу відносно його початкового 242,82 ум. од.; %
1	0,751649	243,99	0,481838
2	1,516329	245,42	1,070752
3	2,267544	246,99	1,717321

5. Висновки

Використання побудованих математичних моделей забезпечує швидку наближену оцінку не лише характеристик розподілу і доставки матеріальних ресурсів в ієрархічних транспортно-логістичних системах, а й пов'язаних з ними витрат, сприяє виробленню ефективних управлінських рішень, кількісно обґрунтованих значеннями різних критеріїв оптимальності. Застосування розробленого математичного і програмного забезпечення вказаних задач корисно для отримання додаткової інформації про можливості існуючих сервісних центрів і необхідності відкриття нових задля забезпечення опанування всієї території регіону, або закриття нерентабельних підрозділів, якщо решта центрів здатна надати послугу у повному обсязі усім споживачам.

Список літературних джерел

[1] Л. Коряшкіна, Д. Лубенець, Математичні моделі та методи мультиплексного розбиття і багатократного покриття множин для задач розміщення-розподілу, Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security, 4(2023): 12 – 25.

[2] Д.Є. Лубенець, Л.С. Коряшкіна. «Системний аналіз і оптимізація розподілу матеріальних ресурсів в ієрархічних транспортно-логістичних системах». Молодь: наука та інновації: матеріали XI Міжнародної науково-технічної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених, Дніпро, 22–24.11.2023. НТУ «ДП», 2(2023): 21 – 22. http://ir.nmu.org.ua/handle/123456789/166083.

[3] Л.С. Коряшкіна, С.В. Дзюба, Математичні моделі та методи розміщення об’єктів із зонуванням території в системах екстреної логістики, System technologies, 149(2023): 107 – 122. DOI 10.34185/1562-9945-6-149-2023-09.

[4] M. Sazonova, L. Koriashkina, Optimal location of additional facilities and reallocation of service areas, 27.08.2024. https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-4971931/v1.